



Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет
XI Заочная Многопрофильная Олимпиада-ПСТГУ
«Аксиос»
Осенний тур – 2015 г.
Факультет информатики и прикладной математики
Математика

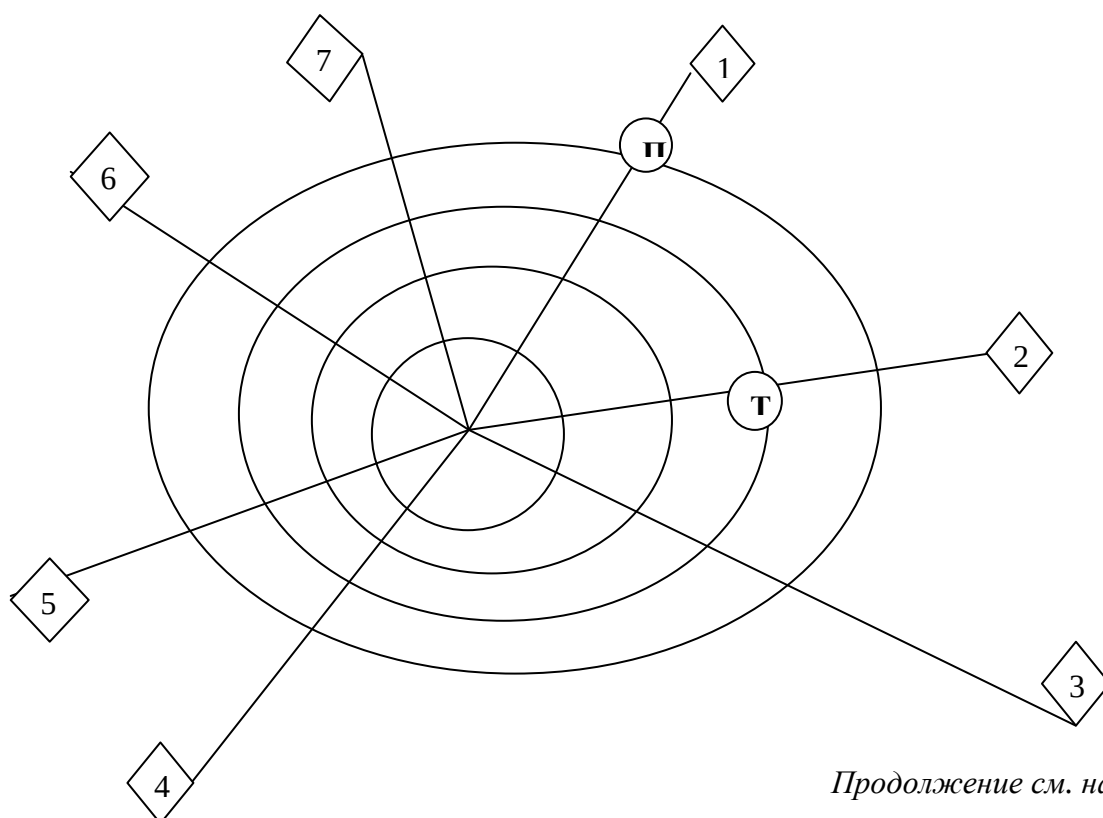
10-11 классы

1. (2 балла). Докажите, что $\sum_{n=1}^{n=100} \frac{1}{n^3 + 3n^2 + 2n} < 0,25$

2. (2 балла). Найдите все значения параметра a , при которых квадратный трехчлен $ax^2 - 2x - 3a + 1$ принимает положительные значения при всех $x < 0$

3. (а- 3 балла, а+б - 6 баллов). Юра и Саша забавляются следующей игрой. Юра разрезает прямоугольный лист бумаги по прямой. Саша разрезает по прямой один из получившихся кусков. И так далее. Игра прекращается, если получается 25 многоугольников с одинаковым количеством вершин (например, 25 треугольников или 25 четырехугольников и т.д.). а) Докажите, что после некоторого количества разрезов игра заведомо закончится. б) Найдите максимально возможное число разрезов.

4. (6 баллов). В некотором районе обнаружен террорист Т, его преследует полицейский П. Оба могут передвигаться только по дорогам. Сеть дорог и начальное положение Т и П показана на рисунке. В узлах сети находятся селения. Путь между любыми соседними селениями Т и П проходит за одинаковое время. Если Т попадет в одно из селений 1-7, он уйдет из района. Если П догонит террориста, он его обезвредит. Цели полицейского – обезвредить террориста или хотя бы не выпустить его за пределы района. Оба они могут следить за передвижениями друг друга с помощью средств связи. Составьте и запишите алгоритм, как должен действовать полицейский. Считается, что, если кто-то из них начал движение по одной из дорог, то он проходит ее до конца (до ближайшего селения). (Алгоритм можно записывать на естественном русском языке. Основное требование к записи: должно быть определено, что должен делать П в каждой из возможных ситуаций.)



Продолжение см. на следующей странице

5. (14 баллов). Султан разгневался на своих мудрецов и объявил им очередное испытание. Мудрецы будут по очереди заходить в зал, где вдоль стены стоят 100 сундуков, в каждом сундуке лежит один свиток, на свитке написано одно имя, и это имя одного из 100 наших мудрецов (все имена мудрецов разные, имя каждого написано ровно на одном свитке). Вошедший в залу может по своему усмотрению открыть 50 сундуков из 100. Если среди свитков в открытых сундуках будет его имя, мудрец прошёл испытание. Его уводят в другую комнату, и он не может передать никакую информацию оставшимся. Перекладывать свитки в сундуках запрещено. Если хотя бы один мудрец не сможет открыть сундук со своим именем или нарушит условие испытания, то все мудрецы будут казнены. Все мудрецы были посажены на ночь в общую камеру, где они и придумали свой алгоритм действия, согласно которому все они с вероятностью более 20% останутся в живых. Найдите алгоритм, дающий не менее хороший результат.

Замечание. Здесь очень существенно, что мудрецы могут спастись или погибнуть только все вместе. Если бы каждый мог спастись после успешного обнаружения своего имени, то даже при открывании пятидесяти сундуков наобум вероятность спастись для каждого мудреца была бы равна $50/100=1/2$. С другой стороны, вероятность спастись для троих при таком подходе (открывать сундуки наобум, без разработанного алгоритма), была бы уже всего лишь $1/8 = 12,5\%$, а для большого количества мудрецов вероятность одновременного спасения при таком подходе ничтожно мала.

Для того чтобы отправить работу, надо:

1. Оформить ответы (обязательно **с обоснованием!**) в виде файла в формате «Документ Word 97-2003».

Внимание: имя Вашего файла с ответами должно содержать название предмета, Вашу фамилию, имя и класс. Например: Мат-Сидоров-Петр-10.doc.

2. Зарегистрироваться на сайте православных олимпиад по ссылке <http://aksios.pravolimp.ru/>

3. Загрузить файл с работой.

Желаем успеха!