



Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет
XVI Заочная Многопрофильная Олимпиада-ПСТГУ
«Аксиос»

Заочный тур – 2020-2021 г.

Факультет информатики и прикладной математики
Математика и алгоритмы

5-7 классы

1. (3 балла). На уроке труда Петя выточил из цельного куска дерева фигурку, как на рисунке 1 (куб, на одной из граней которого построена пирамида), все ребра фигуры равны 10см. Пришел Вася и распилил фигуру на две части, сделав плоский распил так, что одна из получившихся фигур имеет столько же вершин, сколько имела исходная. Отметьте на рисунке 3 точки, через которые мог пройти такой распил?

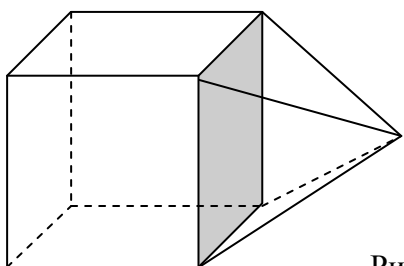


Рисунок 1.

2. (4 балла). 15 января некоторого года Вася задал Пете задачу: какое число какого месяца будет через 800 дней? Найдите ответ на этот вопрос, если известно, что через 50 дней должно было наступить 5 марта.

3. (6 баллов). Вася вырезал из цветной бумаги 7 выпуклых многоугольников и сделал из них аппликацию на стенке шкафа. Клея ему не хватило, поэтому через некоторое время бумажки начали отклеиваться, и Вася решил закрепить их гвоздями. Тут он заметил, что любые 6 из них можно прибить к шкафу двумя гвоздями, а все 7 нельзя. Приведите пример таких многоугольников и их расположения. (Многоугольники могут перекрываться.) Ответ необходимо обосновать.

4. (6 баллов). В стране Хамелеонии живут черные и белые хамелеоны. Все хамелеоны постоянно бегают по окружности протяженностью 168 км с одинаковой скоростью 7 км/час. Если встречаются 2 хамелеона одного цвета, они, не меняя окраски и скорости, бегут дальше. Если встречаются 2 хамелеона разного цвета, то они меняют цвет (черный становится белым, а белый – черным), разворачиваются (мгновенно) и бегут в противоположные стороны с прежними скоростями. Всего ежедневно (в течение суток) происходит 188 встреч между хамелеонами. В данный момент имеется ровно 3 белых хамелеона, бегущих в одном направлении (например, по часовой стрелке), и в обоих направлениях бегут хамелеоны разного цвета (имеется хоть один белый и хоть один черный, бегущие по часовой стрелке, и также хотя бы два разноцветных, бегущих против часовой стрелки). Сколько имеется в данный момент хамелеонов белого и сколько – черного цвета?

5. (а – 6 баллов, а+б – 14 баллов). Юра и Саша играют. Юра разрезает прямоугольный лист бумаги по прямой линии. Саша разрезает по прямой один из получившихся кусков. И так далее. Игра прекращается, если получается 25 многоугольников с одинаковым количеством вершин (например, 25 треугольников или 25 четырехугольников). а) Докажите, что после некоторого количества разрезов игра заведомо закончится. б) Найдите максимально возможное число разрезов.

6. (6 баллов) Элементарный клеточный автомат

Преамбула: Элементарный клеточный автомат — это множество живых и мертвых клеток расположенных на прямой линии последовательно, смоделировать такую биологическую систему можно с помощью одномерного массива ячеек в форме бесконечной в обе стороны ленты, которая имеет два возможных состояния ячеек (0 - «мёртвое» состояние и 1 - «живое» состояние). Пример такого автомата показан на рисунке 2.



Рисунок 2. Бесконечная трубка наполненная «живыми» и «мертвыми» клетками.

Имеется правило для определения состояния ячейки в таком автомате на следующем шаге, использующее только состояние ячейки (клетки) и её двух соседей на текущем шаге. Одним из таких алгоритмов является «Правило 30» предложенное Стивеном Вольфрамом, которое заключается в следующем:

- если (на текущем шаге) у «живой» клетки слева и справа «живой» сосед, то (на следующем шаге) эта клетка «погибает»;
- если у «живой» клетки слева «живой» сосед, а справа «мертвый», то эта клетка «погибает»;
- если у «мертвой» клетки слева и справа «живой» сосед, то эта клетка остается «мертвой»;
- если у «мертвой» клетки слева «живой» сосед, а справа «мертвый», то эта клетка «оживает»;
- если у «живой» клетки справа «живой» сосед, а слева «мертвый», то эта продолжает «жить»;
- если у «живой» клетки нет «живых» соседей, то эта клетка продолжает «жить»;
- если у «мертвой» клетки справа «живой» сосед, а слева «мертвый», то эта клетка «оживает»;
- если у «мертвой» клетки нет «живых» соседей, то эта клетка остается «мертвой».

Графически алгоритм вычисления последующего состояния ячейки трубки показан соответственно на рисунке 3.



Рисунок 3. Правило 30 Стивена Вольфрама.

Черный цвет соответствует «живой клетке», белый цвет - «мертвой».

Пример развития популяции клеток до третьего поколения в случае, когда на начальном этапе (нулевом шаге) в трубку помещена только одна живая клетка показан на рисунке 4.



Рисунок 4. Развитие популяции клеток в трубке до третьего поколения.

Задача: Продолжить эволюционный процесс для изображенного на рисунке 4 состояния популяции до 13го поколения и посчитать количество живых клеток на 5, 7, 9, 11, 13-х шагах. Для решения данной задачи можно использовать листок в клеточку и карандаш. Можно использовать рисунок на обороте.

Для того чтобы отправить работу, надо:

1. Оформить ответы (обязательно с обоснованием!) в виде файла в формате «Документ Word 97-2003».

Внимание: имя Вашего файла с ответами должно содержать название предмета, Вашу фамилию, имя и класс. Например: Мат-Сидоров-Петр-7.doc.

2. Зарегистрироваться на сайте православных олимпиад по ссылке <http://aksios.pravolimp.ru/>

- ### 3. Загрузить файл с работой.

Желаем успеха!

[illegible]