



Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет
XVI Заочная Многопрофильная Олимпиада-ПСТГУ
«Аксиос»

Заочный тур – 2020-2021 г.

Факультет информатики и прикладной математики
Математика и алгоритмы

10-11 классы

1. (3 балла). Докажите, что $\sum_{n=1}^{n=100} \frac{1}{n^3 + 3n^2 + 2n} < 0,25$

2. (3 балла). Найдите все значения параметра a , при которых квадратный трехчлен $ax^2 - 2x - 3a + 1$ принимает положительные значения при всех $x < 0$

3. (6 баллов). Бильярд представляет собой прямоугольник 2м x 3м огороженный стенками. Лузы расположены в вершинах. Шар лежит непосредственно у середины короткой стенки. Как надо запустить шар, чтобы он никогда не попал в лузу и не повторял свою траекторию? Шар, кий и лузы считать точками. Шар отражается от стенок по закону абсолютно упругого соударения (угол падения равен углу отражения), трением пренебречь.

4. (6 баллов) Докажите, что если число a , записанное в десятичной системе одними единицами, кратно 7, то оно кратно и 13.

5. (18 баллов). Султан разгневался на своих мудрецов и объявил им очередное испытание. Мудрецы будут по очереди заходить в зал, где вдоль стены стоят 100 сундуков, в каждом сундуке лежит один свиток, на свитке написано одно имя, и это имя одного из 100 наших мудрецов (все имена мудрецов разные, имя каждого написано ровно на одном свитке). Вошедший в залу может по своему усмотрению открыть 50 сундуков из 100. Если среди свитков в открытых сундуках будет его имя, мудрец прошёл испытание. Его уводят в другую комнату, и он не может передать никакую информацию оставшимся. Перекладывать свитки в сундуках запрещено. Если хотя бы один мудрец не сможет открыть сундук со своим именем или нарушит условие испытания, то все мудрецы будут казнены. Все мудрецы были посажены на ночь в общую камеру, где они и придумали свой алгоритм действия, согласно которому все они с вероятностью более $1/6$ останутся в живых. Найдите алгоритм, дающий не менее хороший результат.

Замечание. Здесь очень существенно, что мудрецы могут спастись или погибнуть только все вместе. Если бы каждый мог спастись после успешного обнаружения своего имени, то даже при открывании пятидесяти сундуков наобум вероятность спастись для каждого мудреца была бы равна $50/100 = 1/2$. С другой стороны, вероятность спастись для троих при таком подходе (открывать сундуки наобум, без разработанного алгоритма), была бы уже всего лишь $1/8 = 12,5\%$, а для большого количества мудрецов вероятность одновременного спасения при таком подходе ничтожно мала.

6. (10 баллов). Реализовать модель вселенной состоящей из N объектов.

Вычислить модуль суммарного вектора гравитационной силы, действующей на тело массы M в произвольной точке вселенной, состоящей из N объектов. Для каждого объекта вселенной определены координаты (X_i, Y_i, Z_i) и масса M_i . Необходимо реализовать программу на одном из языков программирования: Python, Java, Си / C++, Pascal, Fortran для вычисления модуля гравитационной силы, действующей со стороны всех N объектов на некоторый отличный от них произвольный объект массой M с координатами (X, Y, Z) . Решение должно быть предоставлено в виде исходного кода, которое должно выполняться через сервис <http://onlinegdb.com/>, к коду необходимо приложить описание. Расстояния и массы объектов брать приближенными к реальным значениям.

Указания по оформлению см. на следующей странице

Для того чтобы отправить работу, надо:

1. Оформить ответы (обязательно **с обоснованием!**) в виде файла в формате «Документ Word 97-2003».

Внимание: **имя Вашего файла с ответами** должно содержать название предмета, Вашу фамилию, имя и класс. Например: **Мат-Сидоров-Петр-10.doc**.

2. Зарегистрироваться на сайте православных олимпиад по ссылке <http://aksios.pravolimp.ru/>

3. Загрузить файл с работой.

Желаем успеха!